## آمار استنباطي

در تحقيقات رفتاري ، معمولا ناچاريم رفتار يک يا چند گروه از افراد يک جامعه را مورد مطالعه قرار دهيم . مسلما شاخص هاي آماري که از گروه نمونه به دست مي آيد ، برابر با پارامترهاي جامعه نيست . هر چه نمونه ما معرف جامعه مورد نظر باشد ، شانس اين که بتوانيم پارامترهاي جامعه را از روي آن برآورد کنيم و يا نتايج نمونه را به جامعه تعيمي دهيم بيشتر است .

آمار استنباطي هنگامي موضوعيت پيدا مي کند که نمونه گيري وجود داشته باشد . بنابراين وقتي تمام جامعه مورد مطالعه قرار گرفته باشد ، به کار گيري روش هاي آمار استنباطي موضوعيت ندارند .

در تحقيقات رفتاري ، براي پاسخ گويي به دو نوع سوال ، از آمار استنباطي استفاده مي شود .

نوع اول : آيا گروه نمونه به جامعه مورد نظر تعلق دارد يا خير ؟

نوع دوم : آيا دو گروه مورد مشاهده با هم تفاوت دارند ؟ به عبارت ديگر آيا دو گروه به يک جامعه تعلق دارند يا متعلق به جامعه هاي متفاوت تعلق دارند ؟

مثال : انجمن بين المللي ارزشيابي پيشرفت تحصيلي ، به طور مستمر به ارزشيابي ابعاد گوناگون پيشرفت تحصيلي در کشورهاي عضو مي پردازد . مسلما اين انجمن نمي تواند تمام دانش آموزان ملل مختلف را مورد مطالعه قرار دهد لذا بر اساس يک برنامه نظام مند ، و با نمونه گيري ، اطلاعات را جمع آوري کرده و گزارش مي کند . بخش عمده اي از گزارش انجمن ياد شده ، به بررسي نوع دوم اختصاص دارد . مثلا آيا پيشرفت در درس علوم نزد کشورها يکسان است يا خير !؟

حال فرض کنيم ، گزارش هاي اين انجمن را براي کشور بپذيريم . حال مسوول يک استان مي خواهد بداند که عملکرد دانش آموزان آن استان با گزارش هاي انجمن ياد شده براي ايران ، يکي است يا خير ؟ نمونه اي انتخاب مي کند و نتايج را با گزارش انجمن ياد شده مقايسه مي کند . اين مورد سوالي از نوع اول است .

نتايج حاصل از نمونه ها هيچگاه يکسان نيست ! پس مقداري خطا و احتمال وارد محاسبات وارد مي شود .بنابراين در آمار استنباطي فرضيه آزمايي صورت مي گيرد و احتمال درستي فرضيه ها به آزمون گذاشته مي شود !

با توجه به موارد فوق ، اين فرضيه مورد مطالعه قرار مي گيرد که " نتايج حاصل از نمونه با نتايج جامعه يکسان است " و يا در نوع دوم فرضيه اي که به آزمون گذاشته مي شود ، اينست که "نتايج دو گروه يکسان است " . به بيان ديگر ، مراد اين است ، اگر چه نتايج مشاهده شده اختلاف دارند ، اما با احتمالي معين ، تفاوت معني دار نيست و ناشي از خطاي نمونه گيري است ! اين فرض يکساني و يا عدم تفاوت را فرضيه صفر يا پوچ مي نامند . بديهي است که فرضيه مقابل نيز وجود دارد .

## احتمال

مواردي که مثال زده مي شود ، تقريبا از بديهيات ، محسوب مي شود . اگر يک سکه سالم را پرتاب کنيم شانس آمدن خط ، پنجاه درصد است . اگر يک تاي سالم را پرتاب کنيم شانس آمدن عدد 3 براير با يک ششم است . اگر به يک تست چهار گزينه اي به طور تصادفي پاسخ دهيم ، شانس درست بودن پاسخ يک چهارم است .

حال بيايم هر کدام از موارد بالا را 60 مورد انجام دهيم ، تئوري مي گويد ، 30 مشاهده خط ، 10 مشاهده رويه 3 و پانزده پاسخ صحيح بايد انتظار داشته باشيم . اما اين تئوري است و در عالم واقع زماني رخ خواهد داد که تعداد دفعات آزمايش خيلي زياد شود.

تمرين 1 : تعداد دانش جويان يک مرکز ، حسب رشته تحصيلي و جنسيت به شرح زير گزارش شده است .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| جمع | تجربي | ديني | هنر | تربيتي |  |
|  | 13 | 8 | 14 | 15 | پسر |
|  | 10 | 14 | 16 | 15 | دختر |
|  |  |  |  |  | جمع |

حال اگر يک اسم به تصادف انتخاب کنيم ، چقدر احتمال دارد : الف ) پسر باشد ؟ ب ) رشته تجربي باشد . پ) رشته هنر نباشد . ت) تربيتي و دختر باشد . ث) اگر بدانيم که اسم يک دختر بيرون آمده ، چقدر احتمال دارد که رشته اش تجربي باشد .

تمرين 2 : از يک کيسه که 5 مهره قرمز و 4 مهره آبي و دو مهره سبز در آن است ، يک مهره به تصاف انتخاب مي کنيم . چقدر احتمال دارد که :

الف ) مهره قرمز باشد ؟ ب ) مهره سبز نباشد .

تمرين 3: از يک کيسه که 5 مهره قرمز و 4 مهره آبي و دو مهره سبز در آن است ، سه مهره يکي يکي به تصادف انتخاب مي کنيم . اگر بعد از مشاهده هر مهره آن را دوباره به کيسه برگردانيم ! چقدر احتمال دارد که :

الف ) هر سه مهره قرمز باشد . ب) رنگ مهره ها متفاوت باشد . پ) هر سه مهره سبز باشد . ت) مهره ها همر نگ باشند .

تمرين 4: اگر در آزمايش مربوط به تمرين 3 ، هر مهره را بعد از بيرون آوردن به کيسه بر نگردانيم ، احتمال هاي خواسته شده را حساب کنيد .

## به کار گيري تئوري احتمالات در استنباط آماري

تئوري احتمالات ، باروش هاي رياضي ، نشان مي دهد که احتمال وقوع هر پيشامد چقدر است . در آمار استنباطي ، به مقايسه شاخص حاصل از نمونه گيري مي پردازيم و آن را با مقادير حاصل از تئوري احتمالات مقايسه مي کنيم و برآورد مي کنيم که چقدر احتمال دارد ، که شاخص مورد نظر ما ، رخ بدهد .

توزيع نرمال را به ياد بياوريد . تئوري احتمالات مي گويد که 95 درصد مشاهدات بين 1.96+ و 1.93- قرار مي گيرد . حال اگر شاخص گروه مورد مطالعه ما ، بعد از استاندارد کردن ، عدد 2 شود ، خواهيم گفت که با احتمال 95 درصد ، فرضيه صفر ما رد مي شود و شاخص حاصل از نمونه گيري ما با شاخص جامعه تفاوت دارد .

در حال حاضر نرم افزارهاي آماري ، مقدار احتمال را محاسبه و در اختيار کاربر قرار مي دهند . براي مثال در نرم افزار spss مقدار احتمال با sig=???? نمايش داده مي شود . اگر مقدار sig کمتر از 0.05 باشد ، فرض صفر با احتمال 95 درصد رد مي شود . و اگر مقدار sig کمتر از 0.01 باشد ، فرض صفر با احتمال 99 درصد رد مي شود .

## درجه آزادي

فرض کنيد که قرار است سه عدد بنويسيد که جمع آنها 50 شود ، دو عدد را به دلخواه مي توانيد انتخاب کنيد اما انتخاب عدد سوم ديگر اجباري است . در اينجا شما دو درجه آزادي داريد . حال اگر قرار بود شما ده عدد با شرط بالا بنويسيد 9 درجه آزادي داشتيد . با افزايش تعداد متغيرها محاسبه درجه آزادي پيچيده مي شود . مقدار درجه آزادي با علامت df نشان داده مي شود .

## خطاي معيار ميانگين

اگر از يک جامعه ، تعداد زيادي نمونه با اندازه برابر انتخاب کنيم ، ميانگين ميانگين ها ، به ميانگين جامعه نزديک خواهد شد . واريانس اين م يانگين ها به نام خطاي معيار ميانگين شناخته مي شود که برابر است با : $SE=\frac{s}{\sqrt{n}}$

که در آن s انحراف معيار نمونه ، N تعداد يا حجم نمونه و SE خطاي معيار(استاندارد) ميانگين است .

# آزمون t

## آزمون t براي مقايسه نمونه با جامعه

هدف از آزمون t پاسخ به اين سوال است که آيا ميانگيني که از جامعه نمونه انتخاب شده است ، با ميانگين جامعه يکسان است ؟ و تفاوت مشاهده شده معني دار است ؟ يا خير $t\left(م\right)=\frac{M-μ}{SE}$ . که در اين فرمول :

M= ميانگين نمونه ، $μ$ = ميانگين جامعه و SE خطاي معيار است . (م) t مقدار محاسبه شده t است .

مثال : در يک نمونه 16 نفري از دانش جويان ، ميانگين نمره آمار 14 و انحراف معيار 3 است . اگر ميانگين نمره درس آمار دانشجويان در کشور 16 باشد ، فرضيه يکسان بودن ميانگين نمونه با ميانگين جامعه را بررسي کنيد . $t\left(م\right)=\frac{M-μ}{SE}=\frac{14-16}{\frac{3}{\sqrt{16}}}=\frac{-2}{0.75}=-2.67$

در اينجا در جه آزادي 15 است ، با مراجعه به جدول مقدار بحراني t را مشاهده مي کنيم . 2.131 و 2.602 براي مقادر احتمال 95 و 99 درصدي مشاهده مي شود . مقدار محاسبه شد ما حتي از مقدار 99 درصدي نيز بيشتر است . بنابراين فرض صفر رد مي شود .

## فرض هاي زير بنايي به کار گيري آزمون t

1. نمره ها توسط نمونه گيري تصادفي از جامعه انتخاب شده باشد .
2. توزيع نمرات در چامعه ، نرمال باشد . لازمه اين امر هم اين است که مقياس متغيرها فاصله اي يا نسبتي باشد .
3. اگر مقايسه دو گروه مطرح باشد ، واريانس دو گروه برابر باشد .

## آزمون t براي دو گروه مستقل

در اين جا ما دو نمونه داريم که مي خواهيم فرضيه يکسان بودن ميانگين آن ها را بررسي کنيم . در اينجا خطاي معيار تفاوت ها بايد محاسبه شود . $\sqrt{\frac{واريانس نمونه اول }{تعداد نمونه اول}+\frac{واريانس نمونه دوم}{تعداد نمونه دوم}}$

مقدار t از رابطه مقابل محاسبه مي شود . $t\left(م\right)=\frac{M\_{1}-M\_{2}}{\sqrt{\frac{S\_{1}^{2}}{n\_{1}}+\frac{S\_{2}^{2}}{n\_{2}}} }$

 مثال : معلمي در يکي از دو کلاس خود شيوه بحث آزاد را در پيش گرفته است ، در پايان يک دوره از هردو کلاس آزموني يکسان به عمل آورده است . او مي خواهد ببيند که آيا روش بحث آزاد موثر بوده است يا خير ؟ کلاس الف : ميانگين= 16 ، ا ، انحراف معيار = 2 ، تعداد 25 نفر ... کلاس ب : ميانگين = 15.5 ، انحراف معيار= 3 و تعداد= 18 نفر

فرضيه صفر معلم چنين است : ميانگين دو گروه برابر است . $t\left(م\right)=\frac{M\_{1}-M\_{2}}{\sqrt{\frac{S\_{1}^{2}}{n\_{1}}+\frac{S\_{2}^{2}}{n\_{2}}} }=\frac{16-15.5}{\sqrt{\frac{4}{25}+\frac{9}{18}}}=\frac{-0.5}{\sqrt{0.16+0.5}}=\frac{-0.5}{0.812}=-0.615$

مقدار t بحراني براي احتمال 95 درصد برابر 1.96 است . مشاهده مي شود که مقدار محاسبه شده ما از مقدار بحراني کوچک تر است پس فرض برابري ميانگين ها به احتمال 95 درصد مورد تاييد است . مفهوم ديگر اين است که روش بحث آزاد نتوانسته تاثير گذار باشد و افزايش ميانگيني هم که مشاهده مي شود ، احتمالا ناشي از تصادف است .

## آزمون t براي دو گروه وابسته

در اين شرايط ما دو نمونه مستقل نداريم ، بلکه يک نمونه داريم که دو بار آن را اندازه گيري کرده ايم .

مثال : معلمي پس از آزمون حافظه از يک کلاس 20 نفري ، آن هارا تحت آموزش روش معني دار کردن ، قرار داد و مجددا از آنها آزمون حافظه گرفت . او مي خواهد ببيند که آيا اين آموزش موثر بوده است يا خير ؟

مشاهده مي کنيم که در اينجا يک گروه دو بار تحت آزمون قرار گرفته است . در اين مورد ظاهرا محاسبه خطاي معيار پيچيده تر است . ساده تر آن است که خطاي معيار هر يک از آزمون ها ابتدا محاسبه شود . $t\left(م\right)=\frac{M\_{1}-M\_{2}}{\sqrt{\frac{S\_{1}^{2}}{n\_{1}}+\frac{S\_{2}^{2}}{n\_{2}}-2r(\frac{S\_{1}^{}}{\sqrt{n\_{1}}}+\frac{S\_{2}^{}}{\sqrt{n\_{2}}})} }$

تمرين 1 : در جدول زير ميانگين و انحراف معيار چند آزمون و نمرات يک دانش آموز در آن داده شده است . نمره او را به z تبديل کرده و مقايسه کنيد .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| نوع آزمون | ميانگين | انحراف معيار | نمره دانش آموز |  |
| هوش کلامي | 100 | 16 | 132 |  |
| هوش علمي | 100 | 20 | 120 |  |
| استعداد رياضي | 90 | 15 | 80 |  |
| استعداد فني | 75 | 10 | 70 |  |
| پيشرفت تحصيلي | 75 | 10 | 90 |  |

تمرين 2 \_ با توجه به اطلاعات زير معلوم کنيد چه کسي . . .

الف ضعيف ترين نمره در هردو آزمون است ؟

ب : قويترين در هردو آزمون است ؟ نطديکترين نمره به ميانگين را دارد ؟

پ : بيشترين تفاوت را با ميانگين دارد ؟

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ميانگين | انحراف معيار | حسن  | محمود | پرويز |
| جبر | 90 | 30 | 60 | 100 | 85 |
| تاريخ | 20 | 4 | 25 | 22 | 19 |

تمرين 3 – نمرات تمرين 1 را به مقياس CEEB ببريد .

تمرين ها از کتاب روشهاي آماري در علوم رفتاري تاليف شريفي و نجفي زند انتخاب شده است .

تمرین 4 – می دانیم که سطح زیر منحنی نرمال بین ( s 96/1+ میانگین ) و ( s 96/1- میانگین ) برابر با 95/0 است . نمره های استاندارد حسن و محمود و پرویز را روی محور مشخص کنید و مشخص کنید که نمره کدامیک در فاصله 95 درصدی است ؟

آزمون t استیودنت : برای دو گروه مستقل

وقتی نمونه گیری صورت می گیرد ، میان میانگین نمونه های مختلف تفاوت وجود دارد . همواره این سوال وجود دارد که این تفاوت میانگین ها ناشی از شانس و تصادف است یا اینکه تفاوت مشاهده شده بیانگر تفاوت واقعی بین دو گروه است ؟

مثال – محققی اضطراب امتحان را توسط آزمونی در دو گروه ( هر گروه 10 نفر ) اندازه می گیرد . میانگین برای گروه اول 55 و برای گروه دوم 51 به دست می آید .

نکته یکم : محقق می تواند دو فرضیه مطرح کند . اول این که این تفاوت ظاهری و ناشی از شانس و تصادف است . و فرضیه دیگر این که این تفاوت واقعا معنی دار است یعنی واقعا این اختلاف وجود دارد . فرضیه اول ، یعنی تفاوت ناشی از تصادف و شانس را فرضیه صفر می گوییم .

نکته دوم : هر فرضیه ای که محقق طرح کند ، نمی تواند صد درصد آن را رد یا تایید کند . در روان شناسی و علوم تربیتی ، احتمال خطا را 5 درصد ( اطمینان 95 درصد ) و یا 1 درصد ( 99 درصد اطمینان ) می گیرند . این مقدار را سطح معنی داری می گویند .

حال به فرضیه صفر بر می گردیم . باید تفاوت دو میانگین را به یک مقیاس استاندارد تبدیل کنیم .

$$t=\frac{M\_{1}-M\_{2}}{\sqrt{\frac{s\_{1}^{2}+s\_{2}^{2}}{n}}}$$

## ضریب همبستگی پیرسون

به کتاب آمار سال دوم دبیرستان مراجعه کنید .

## ضريب همبستگي اسپيرمن

هنگامي که داده ها در مقياس ترتيبي باشند ، ما مجاز به استفاده از ضريب همبستگي پيرسون نيستيم .

مثال : فرض کنيد که پنج دانش آموز در مسابقات قرائت قرآن کريم و کتابخواني شرکت کرده اند و داوران به هر کدام امتيازاتي بر اساس صد داده اند. در اينجا در حقيقت مقياس ترتيب است نه فاصله اي .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| قرائت | کتابخواني | رتبه قرائت | رتبه کتاب | تفاوت رتبه | مجذور |
| 90 | 75 | 2 | 2.5 | -0.5 | 0.25 |
| 85 | 88 | 3 | 1 | 2 | 4 |
| 95 | 65 | 1 | 4 | -3 | 9 |
| 45 | 75 | 5 | 2.5 | 2.5 | 6.25 |
| 65 | 45 | 4 | 5 | -1 | 1 |
|  |  |  |  | 0 | 20.5 |

$$rs=1-\frac{6\sum\_{}^{}D^{2}}{N\left(N^{2}-1\right)}=1-\frac{6×20.5}{5\left(5^{2}-1\right)}=1-\frac{123}{5×24}=1-1.025=-0.025$$

مثال دوم : ده نفر دانش آموز به شکل زير توسط دو معلم داوري شده اند ضريب همبستگي را محاسبه کنيد .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | rx | ry | D | D\*D |
| خوب | عالي | 4 | 1.5 | 2.5 | 6.25 |
| عالي | عالي | 1 | 1.5 | -0.5 | 0.25 |
| ضعيف | خوب | 9 | 4.5 | 4.5 | 20.25 |
| خوب | متوسط | 4 | 8 | -4 | 16 |
| خوب | خوب | 4 | 4.5 | -0.5 | 0.25 |
| متوسط | متوسط | 7.5 | 8 | -0.5 | 0.25 |
| خوب | متوسط | 4 | 8 | -4 | 16 |
| خوب | خوب | 4 | 4.5 | -0.5 | 0.25 |
| خ ضعيف | ضعيف | 10 | 10 | 0 | 0 |
| متوسط | خوب | 7.5 | 4.5 | 3 | 9 |
|  |  |  |  | 0 | 68.5 |

*هنگامي که داده ها در مقياس اسمي است ، فقط فراواني داريم . از آزموني به نام کاي استفاده مي کنيم . آزمون کاي همبستگي نيست .*

## نوع اول : آزمون همخواني .

*مثال 1- محققي جنسيت فرزندان 20 خانواده داراي دو فرزند را جمع آوري کرده است .*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | O | E | O-E | مجذور | /Eمجذور |
| پسر- پسر | 6 | 5 | 1 | 1 | 0.2 |
| پسر- دختر | 7 | 5 | 2 | 4 | 0.8 |
| دختر- پسر | 3 | 5 | -2 | 4 | 0.8 |
| دختر- دختر | 4 | 5 | -1 | 1 | 0.2 |
|  | 20 | 20 | 0 | 10 | 2 |

$$x^{2}=\sum\_{}^{}\frac{\left(O-E\right)^{2}}{E}=2$$

## نوع دوم : آزمون عدم ارتباط

*توجه اين آزمون فقط به اين سوال پاسخ مي دهد که آيا بين سطوح متغيرها ارتباط وجود دارد يا خير ؟ مقدار به دست آمده ميزان و درجه ارتباط نيست*

*توجه : فراواني مورد انتظار برابر است با جمع رديف افقي \* جمع رديف عمودي / جمع کل*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ديپلم | ف ديپلم | ليسانس | جمع |
| آبي | 6 | 21 | 8 | 35 |
| قرمز | 16 | 9 | 20 | 45 |
|  | 22 | 30 | 28 | 80 |

****

****

## آزمون کاي

فرض ها و شرايط لازم

1. هر مشاهده فقط بايد در يک مقوله قرار گيرد . يعني هيچ پاسخي در دو يا بيش از دو مقوله قرار نگيرد .
2. مشاهدات مستقل از يکديکر باشند .
3. مشاهده ها به صورت فراواني جمع آوري شده باشند.
4. فراواني مورد انتظار حداقل در بيست درصد خانه ها از 5 بيشتر باشد . (ماخذ : شيولسون . استدلال آماری . ترجمه کيامنش )

محققي از هشتاد پسر و دختر ، پرسيده است که علاقمند به چه مباحثي هستند و نتيجه به صورت جدول زير به دست آمده است . فرضيه صفر اين محقق چنين است . انتخاب مبحث بين دو جنس يکسان است .

**توزيع فراواني مباحث به تفکيک جنسيت**

Count

10

9

8

13

40

15

12

5

8

40

25

21

13

21

80

boy

girl

gender

Total

mathesis

psycho

social

biology

study

Total

50 درصد از افراد پسر هستند پس انتظار داريم که 50 درصد از علاقمندان به رياضي (25 نفر) پسر باشند . به همين قياس براي ساير مباحث

**توزيع فراواني مشاهده شده و فراواني مورد انتظار مباحث به تفکيک جنسيت**

10

9

8

13

40

12.5

10.5

6.5

10.5

40.0

15

12

5

8

40

12.5

10.5

6.5

10.5

40.0

25

21

13

21

80

25.0

21.0

13.0

21.0

80.0

Count

Expected Count

Count

Expected Count

Count

Expected Count

boy

girl

gender

Total

mathesis

psycho

social

biology

study

Total

****

درجه آزادي = (1- تعداد سطرها)\*(1- تعداد ستون ها) ... df=3 و Asymp.sig=0.346 ، مقدار کای = 3.311 با توجه به اين که مقدار احتمال مشاهده شده بسيار بزرگتر از 0.05 است ، با احتمال 95 درصد فرضيه صفر تاييد مي شود .

**مثال 2- از 2000 نفر از والدين ، ميزان تحصيلات و ميزان مشارکتشان در جلسان انجمن اوليا و مربيان پرسيده شده است . فرضيه صفر آماري اين است که بين ميزان تحصيلات و دفعات شرکت در جلسات ارتباط وجود ندارد .**

****

****

****

درجه آزادي = (1- تعداد سطرها)\*(1- تعداد ستون ها) ...6df= و 0.003Asymp.sig= ، مقدار کاي = 20.16 با توجه به اين که مقدار احتمال مشاهده شده بسيار کوچکتر از 0.01 است ، با احتمال 99 درصد فرضيه صفر رد مي شود . به اين معني که ميان رده هاي تحصيلي و ميزان مشارکت در جلسات ارتباط وجود دارد .